

# CONCRETEGRID: A COMPUTATIONAL TOOL TO ANALYSIS AND DESIGN OF STRUCTURAL GRIDS IN REINFORCED CONCRETE

Milton M. G. dos Santos<sup>1</sup>, João C. C. Barbirato<sup>2</sup>

*Laboratório de Computação Científica e Visualização, Universidade Federal de Alagoas  
Av. Lourival Melo Mota s/n, Cidade Universitária, CEP: 57072-970, Maceió/AL, Brasil*

<sup>1</sup>*milton.santos@ctec.ufal.br, milton.guimaraes.ce@gmail.com*

<sup>2</sup>*jccb@lccv.ufal.br*

**Abstract.** The structural solution in grids is widely used in civil construction, as in building floors and bridge boards, due to its large bearing capacity. The grids are structural systems composed of a set of linear elements (beams) belonging to the same plane, designed to resist the solicitations coming from not coplanar actions to this system. Its large bearing capacity is due to the stiff connections between the beams that compose the structural grid, allowing the loads applied to a single beam to be redistributed to the others, so that all elements work together. Therefore, the stiffness relationship imposed by the nodes, be related to bending or torsion, implies in a formulation adapted to the impact on the structure's behavior, in efforts and displacements. In this context, we present the application ConcreteGrid, a computational tool developed in Python programming language for analysis, design and verification of grid elements in reinforced concrete structures. The computational implementation allows the user to define the structure of interest with its loads, providing the analysis of displacements and acting efforts, considering the dimensioning of the longitudinal and transversal reinforcements of the grid beams, as well as the verification of the reinforcements in terms of satisfying the criteria of ultimate. The validation of the presented tool is performed through the analysis of applications available in the literature, proving the relevance of the formulation used and the computational implementation performed.

**Keywords:** Concrete structures, Reinforced concrete, Structural analysis, Numerical methods.

## 1 Introdução

O concreto armado é o material construtivo de maior utilização dentro da construção civil, o que se deve, segundo Carvalho e Figueiredo Filho [1], à sua boa resistência à maioria das solicitações, boa trabalhabilidade, permitir elaborar construções monolíticas, ser um material de alta durabilidade e resistência ao fogo, dentre outros aspectos positivos. Este sistema estrutural foi introduzido à construção civil no século XIX e, com a evolução das teorias referentes aos elementos estruturais em concreto armado (vigas, pilares, lajes e etc.) e metodologias executivas, as construções civis tornaram-se mais complexas no âmbito da análise estrutural.

As grelhas são modelos estruturais compostos por elementos de vigas contidos em um plano com carregamentos perpendiculares aos mesmos, sendo estes amplamente utilizados nas análises estruturais referentes a pavimentos de edificações e tabuleiros de pontes. Neste modelo, as vigas podem estar submetidas à três esforços predominantes: flexão, cisalhamento e torção, de modo que as armaduras de aço devem ser determinadas de acordo com cada tipo de esforço analisado.

Nesse contexto, as normativas técnicas atuam como diretrizes para que as análises, verificações e dimensionamentos estruturais sejam realizados com base em formulações e parâmetros já analisados e consolidados cientificamente. Nesse sentido, a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) normatiza a elaboração de projetos em concreto armado por meio da NBR 6118:2014 [2] - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, possuindo todas as formulações recomendadas para dimensionamento de elementos estruturais.

Dada a complexidade envolvendo a análise estrutural e dimensionamento de elementos de grelha, a

ferramenta proposta *ConcreteGrid*, implementada na linguagem *Python*, propõe uma plataforma de análise estrutural de grelhas de concreto e seus elementos que a compõem, analisando os esforços e deslocamentos iniciais da estrutura por meio do método da rigidez direta e dimensionamento dos elementos de vigas aos estados limites últimos à flexão, cisalhamento e torção segundo a NBR 6118:2014 [2]. Não é escopo desta ferramenta a analogia de grelha, mesmo sendo uma implementação adicional sem nenhuma complexidade.

## 2 Metodologia

### 2.1 Implementação

A aplicação proposta foi desenvolvida na linguagem *Python* devida a possibilidade de programação orientada a objeto, bem como a vasta gama de bibliotecas auxiliares disponíveis e uso de rotinas e sub-rotinas (Van Rossum e Drake [3]). Com um arquivo de entrada dos dados específica para grelhas estruturais de concreto armado, a ferramenta *ConcreteGrid* realiza o processamento e disponibiliza os dados obtidos da estrutura por meio de um arquivo de saída, conforme apresentado na Figura 1. Este mesmo arquivo é utilizado como arquivo de entrada do módulo de dimensionamento, permitindo que a análise possa ser realizada a qualquer momento.

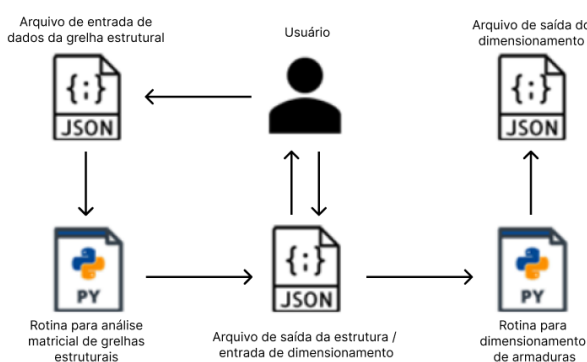


Figura 1: Fluxograma da aplicação *ConcreteGrid*.

Fonte: Autores.

### 2.2 Formulação Matricial da RD

A análise estrutural de grelhas é realizada com base na formulação matricial do Método da Rigidez Direta, visualizando as vigas como elementos de barras. Segundo Kassimali [4], esse método, também conhecido como Método dos Deslocamentos, resolve as equações de equilíbrio da estrutura considerando como incógnitas, na metodologia de resolução, os deslocamentos nodais. Desse modo, os deslocamentos nodais são determinados resolvendo-se o sistema de coerência de forças e, por fim, as forças incógnitas do problema são determinadas analisando os deslocamentos dos elementos de barras e suas relações força-deslocamento. Na Figura 2 são apresentadas informações importantes da geometria, das condições de contorno e de carregamento para a definição do sistema estrutural grelha, juntamente com um elemento de barra padrão com suas coordenadas locais.

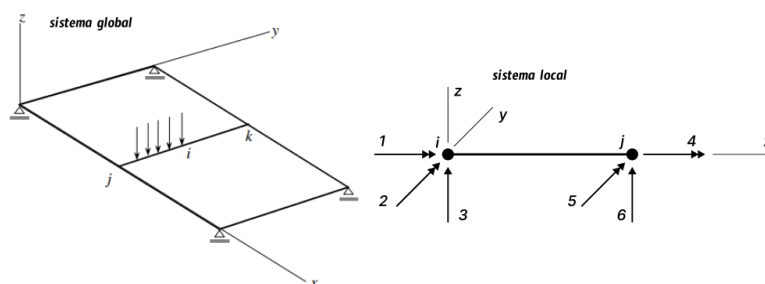


Figura 2: Exemplo de grelha plana e graus de liberdade de um elemento de barra.

Fonte: Autores.

Dessa forma, para a resolução matricial da estrutura, cada elemento de barra possuirá uma matriz de rigidez local  $[k_{SL}]$  associada, que, genericamente, é dada por componentes em função de  $EI$ ,  $GJ$  e  $L$  que são, respectivamente, a rigidez à flexão, rigidez à torção e o comprimento do elemento. Ressalte-se que essas componentes levam em consideração a orientação do eixo do elemento para a definição do sistema de coordenadas locais.

Segundo Martha [5], cada matriz de rigidez local de um elemento qualquer  $[k_{SL}]$  deve ser transformada em uma matriz de rigidez global  $[k_{SG}]$  e utilizada para compor, posteriormente, a matriz de rigidez da estrutura  $[K]$ . Por fim, a estrutura é resolvida solucionando o sistema de equações definido na Equação (1),

$$[K] \cdot \{X\} + \{F_{ext}\} = 0, \quad (1)$$

na qual  $\{X\}$  representa o vetor de deslocamentos nodais da estrutura e  $\{F_{ext}\}$  o vetor de forças nodais equivalentes (carregamentos externos equivalente para os nós).

Com base nos deslocamentos e nas forças nodais equivalentes no sistema local de um elemento, respectivamente  $\{X_{SL}\}$  e  $\{F_{ext,SL}\}$ , os esforços internos solicitante nas extremidades das barras  $\{F_{int,SL}\}$  podem ser determinados pela Equação (2),

$$\{F_{int,SL}\} = [k_{SL,EL}] \cdot \{X_{SL}\} + \{F_{ext,SL}\}. \quad (2)$$

Calculando-se os esforços internos solicitantes e conhecendo os carregamentos incidentes em um elemento de análise é possível analisar os valores críticos de esforços internos solicitantes, viabilizando o dimensionamento das armaduras necessárias. Esses são os valores que o módulo Dimensionamento utilizará, incrementando os coeficientes de segurança estabelecidos em norma.

### 2.3 Dimensionamento estrutural

Dada as características de geometria e do material que compõe um elemento de barra qualquer em análise, juntamente com os esforços internos solicitantes críticos obtidos pelo módulo de análise de grelhas, é possível realizar o dimensionamento estrutural do elemento em questão para o Estado Limite Último (ELU). Para tal, as formulações apresentadas na NBR 6118:2014 [2] foram utilizadas para determinar as áreas e/ou taxas de aço das armaduras necessárias.

A ferramenta *ConcreteGrid* proposta possui um módulo de dimensionamento, que, com a definição do elemento de barra a ser dimensionado, inicia as rotinas de dimensionamento das vigas à flexão, cisalhamento e torção sucessivamente. As formulações para dimensionamento a cada tipo de esforço solicitante consistem em sistemas de equações possíveis e indeterminados e, portanto, o usuário da aplicação deverá determinar as variáveis restantes necessárias para que a aplicação realize as verificações necessárias e calcule as áreas e as taxas de armadura de cada solicitação em pauta. Assim, o módulo solicita ao usuário duas possibilidades de variáveis restantes para realizar os dimensionamentos, para cada tipo de solicitação são realizadas as verificações do elemento e, por fim, é realizado o dimensionamento da armadura.

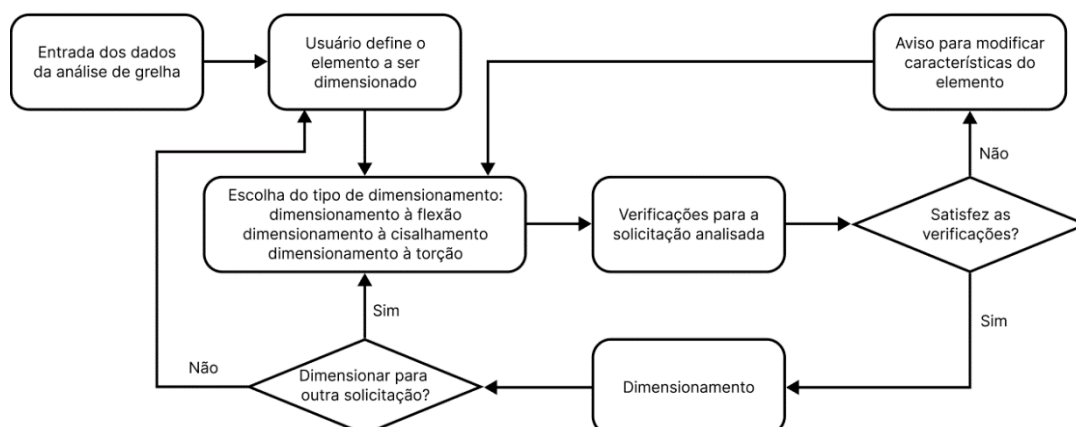


Figura 3: Fluxograma do módulo de dimensionamento.

Fonte: Autores.

Vale ressaltar que o módulo em questão não trata o dimensionamento à torção como obrigatório para todo elemento pois, segundo Araújo [6], os casos de torção de compatibilidade tornam-se insignificantes após a fissuração do concreto. Desse modo, apenas os dimensionamentos para casos de torção de equilíbrio, como vigas de sustentação de marquises (cargas de momento torsor), devem ser realizados obrigatoriamente pelo usuário.

### 3 Aplicações

Para verificação da implementação computacional executada, faz-se necessária a análise da mesma por dois vieses: verificação do módulo de grelha estrutural e do módulo de dimensionamento das armaduras de aço, os quais serão analisados em caso de grelha típico (processamento apenas no primeiro módulo) e um caso acoplado (processamento nos dois módulos na sequência).

**Aplicação 1:** Na primeira verificação, é realizado um estudo comparativo com base da grelha estrutural típica apresentada na Figura 3, tratando-se de um problema proposto por Sussekind [7] no qual é considerado que  $EI/GJ = 1,5$ . Mediante a resolução, Sussekind apresenta os momentos fletores ocorrentes nas extremidades de cada elemento estrutural (Tabela 1). Outrossim, o mesmo problema foi analisado pelo módulo de grelha estrutural da aplicação *ConcreteGrid* e seus resultados, presentes na Tabela 1, demonstram que o módulo em questão tem o processamento dos cálculos de forma coerente.

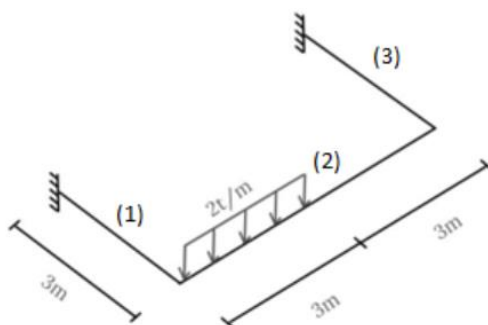


Figura 4: Grelha hiperestática analisada  
Fonte: adaptada de Sussekind [7]

Tabela 1. Momentos fletores nas extremidades das barras em tf.m.

Elemento	Sussekind [7]		<i>ConcreteGrid</i>	
	Nó i	Nó j	Nó i	Nó j
1	-12,34	0,84	-12,339	0,835
2	-0,88	-1,52	-0,873	-1,527
3	-0,84	-5,66	-0,835	-5,661

**Aplicação 2:** Validando os módulos análise de grelhas e de dimensionamento estrutural para os Estados Limites Últimos, o estudo comparativo foi considerado o problema proposto por Araújo [8], o qual consiste no dimensionamento de uma viga, com a seção transversal especificada na Figura 5, submetida à torção, flexão e cisalhamento. Os materiais considerados para o elemento estrutural em questão são: concreto C20 e aço CA-50.

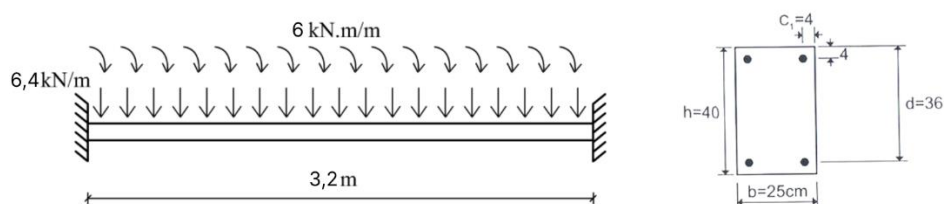


Figura 5: Esquema e dimensões da seção cheia da viga.  
Fonte: adaptada de Araújo [8].

A estrutura em questão foi resolvida com o módulo de análise de grelhas e seus resultados possuíram precisão absoluta em relação ao exemplo de Araújo [8], de modo que os esforços solicitantes de torção, flexão e cisalhamento atuantes, respectivamente  $T_{sd} = 1344$  kNcm,  $M_{sd} = 1945$  kNcm e  $V_{sd} = 24,30$  kN, se equiparam.

Em seguida, o módulo de dimensionamento atua para cada um desses esforços, realizando o cálculo das armaduras para esforço cortante e momento fletor automaticamente e dando a opção do usuário de calcular ou não a armadura de torção. Para ambos, o módulo solicita do usuário dois possíveis conjuntos de dados àquele elemento: altura útil ( $d$ ), como meio de calcular  $C_1$ , ou as bitolas das armaduras longitudinal e transversal, como meio de calcular  $C_1$  e  $d$ . Visto que o caso estudado apresenta um valor de  $d$  pré-fixado por Araújo [8], adota-se tal valor para que o módulo em questão realize o cálculo das áreas e taxas de aço necessárias para suas armaduras. Por fim, tais valores calculados, presentes na Tabela 2, são confrontados com os valores obtidos por Araújo [8], demonstrando a coerência dos resultados apresentados pelo módulo de dimensionamento de armaduras.

Tabela 2. Áreas e taxas de aço.

Armadura	Valores calculados		Unidade
	Araújo [8]	ConcreteGrid	
Flexão	1,28	1,268	cm <sup>2</sup>
Longitudinal de torção	2,78	2,784	cm <sup>2</sup>
Transversal de torção	2,84	2,841	cm <sup>2</sup> /m
Cisalhamento	0,00	0,000	cm <sup>2</sup> /m
Transversal total (estribos)	5,68	5,682	cm <sup>2</sup> /m

## 4 Conclusões

Este trabalho apresentou uma aplicação para a análise de grelhas estruturais de concreto armado e dimensionamento das armaduras dos elementos de viga de forma integrada. A ferramenta proposta utiliza o método da rigidez direta para análise estrutural das grelhas e as normativas implementadas pela ABNT por meio da NBR 6118:2014 para a determinação das armaduras à flexão, cisalhamento e torção. Validada a sua representatividade, *ConcreteGrid* demonstra-se uma ferramenta extremamente útil e viável para a análise estrutural de grelhas e dimensionamento de armaduras para os Estados Limites Últimos de vigas, com aplicações no meio comercial e educacional. Ademais, busca-se ainda a melhoria da aplicação, buscando implementar a análise aos estados limites de serviço, a implementação de ligações rotuladas e o desenvolvimento de uma interface gráfico para o usuário.

**Declaração de autoria.** Os autores confirmam que são os únicos responsáveis pela autoria deste trabalho, e que todo o material aqui incluído como parte do presente trabalho é propriedade (e autoria) dos autores, ou tem a permissão dos proprietários a serem incluídos aqui.

## References

- [1] R. C. Carvalho and J. R. Figueiredo Filho, “Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2014”. EdUFSCar, 2015.
- [2] ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6118: Projetos de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2014.
- [3] G. Van Rossum and F. L. Drake. *Python 3 Reference Manual*. CreateSpace, 2009.
- [4] A. Kassimali. *Matrix Analysis of Structures*. Cengage Learning, 2021.
- [5] L. F. MARTHA. *Análise de estruturas conceitos e métodos básicos*. Elsevier, 2010.
- [6] J. M. Araújo, “Dimensionamento à torção de vigas de concreto armado”. *Teoria e Prática na Engenharia Civil*, n. 21, p. 01-11, 2013.
- [7] J. C. Sussekind. *Curso de Análise estrutural*. Editora Globo, 2003.
- [8] J. M. Araújo. *Curso de Concreto Armado*. Editora Dunas, 2014.