

# Aplicação de Teoria de Jogos no Mercado de Energia

Juliana Gonzales  
PPGEE - FAENG

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Campo Grande-MS, Brazil  
julianagonzales62@gmail.com

Raymundo Cordero  
PPGEE - FAENG

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Campo Grande-MS, Brazil  
raymundo.garcia@ufms.com

**Abstract**—Game Theory, specifically Nash Equilibrium, is a powerful tool for solving complex coordination and optimization problems in power systems. The application of this theory allows modeling the interaction between multiple agents, such as generators and consumers, who make interdependent decisions about energy production, consumption, and pricing. In energy markets, Game Theory helps finding an efficient market equilibrium where each agent maximizes their profit without any agent being able to unilaterally improve their strategy. The use of distributed learning algorithms, such as reinforcement learning, allows agents to adjust their strategies based on local information and interactions with other agents. These algorithms can converge to a Nash Equilibrium even in dynamic and uncertain environments, such as energy markets where prices are updated every 15 minutes based on current supply and demand. The application of Artificial Intelligence (AI) is crucial for handling the massive amount of data and complexity of modern electrical systems. AI algorithms help model complex problems and calculate optimized cost functions, improving the efficiency and stability of power systems. This work presents the application of game theory and multisystemic thinking in the analysis of Photovoltaic Penetration Level. The prisoner dilemma was applied to model the relationship between a consumer and a power distribution company. The proposed analysis can be used to model the interaction between power consumers and power distribution companies that define the cost of the energy in electric grids.

**Index Terms**—Distributed Generation; Photovoltaic Penetration Level; Electrical Power System; systemic thinking; Game Theory.

## I. INTRODUÇÃO

A importância da energia elétrica para a sociedade torna o planejamento do setor energético uma tarefa estratégica para os formuladores de políticas. O planejamento deve priorizar o fornecimento de energia elétrica a partir de um balanço entre custos, risco de desabastecimento e impactos socioambientais. Além disso, os instrumentos formais de planejamento são importantes para reduzir as incertezas inerentes ao sistema de energia (ONS, 2019) [1].

Essa sobreposição de recursos impacta a operação e o planejamento das distribuidoras, pois em determinados momentos do dia, a rede pode se encontrar sobrecarregada. Já em outros momentos, a rede pode encontrar-se em um estado em que a demanda seja maior que a oferta, visto que o acesso a uma fonte de energia alternativa de energia não garante a

sua disponibilidade. Isto ocorre pois, no caso da geração fotovoltaica, a produção de energia varia ao longo do tempo (ONS, 2019) [1]. Assim, verifica-se que é necessário estudar os impactos que a geração distribuída pode causar às redes de distribuição de energia.

A Geração Distribuída (GD) pode trazer benefícios para a rede e é notória a sua flexibilidade com a relação a tradicional rede centralizada de geração de energia. no entanto, a utilização de GD requer investimentos adicionais para mitigar problemas de qualidade de energia e variações de tensão o que podem resultar em um custo maior para o consumidor final. De fato, no caso dos sistemas fotovoltaicos a alta penetração fotovoltaica em redes de baixa tensão pode gerar a necessidade técnica da não inserção de mais sistemas na rede, o que acabaria contradizendo políticas e estratégias governamentais de incentivo.

Ou seja, estudar a distribuição de energia elétrica é um sistema complexo, pois possui muitos elementos que interagem de forma dinâmica e não linear. A geração distribuída aumenta a complexidade do sistema, visto que a conexão de outras fontes de energia pode sobrecarregar o sistema e interferir no balanço entre a oferta e a demanda dos serviços das distribuidoras.

Por isso é tão importante a modelagem de um sistema que leve em consideração a existência da GD e a avaliação de possíveis cenários devido ao seu incremento ou decréscimo. Além disso, devido aos elementos do sistema interagirem de forma não linear, os atores podem se reorganizar de forma descentralizada, aumentando a variabilidade (DERBYSHIRE, 2016) [3]. Uma vez que o entendimento do sistema como um todo é essencial para a tomada de decisão, é de suma importância compreender como a geração distribuída afeta o sistema de distribuição de energia.

## II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### A. Problemas Advindos da Geração Distribuída

O nível de penetração fotovoltaica máximo de um sistema também é conhecido como Hosting Capacity (HC). Pode-se definir o HC como o limite máximo de GD que uma rede elétrica é capaz de suportar antes de violar algum padrão de qualidade de energia elétrica (BOLLEN;HASSAN, 2011) [2]

Apesar de ser possível a expansão do HC da rede elétrica, a cada nível acrescido significa também aumento nos custos para viabilização deste. Portanto, é importante que seja realizado um estudo de modo a definir a melhor estratégia em cada situação dada às particularidades que o cenário pode apresentar (FREITAS, 2022) [4].

Mesmo em países mais desenvolvidos que contam com a tecnologia de smart grids e com uma legislação que permite a participação ativa dos usuários prosumidores no mercado de energia há necessidade de modelagem do sistema para adequação de um ponto ótimo para todos os players do sistema.

A variação de tensão na rede é um dos maiores problemas causados pela penetração fotovoltaica intermitente. A priori o sistema fotovoltaico (SFV) pode aumentar o perfil de tensão na rede com determinação penetração fotovoltaica. No entanto, uma alta quantidade de SFV pode resultar numa variação muito alta de tensão violando os limites técnicos da rede, gerando a oscilação de energia para os usuários e potencial queima de equipamentos elétricos tanto do sistema elétrico quanto dos usuários.

### B. Teoria de Jogos

A Teoria de Jogos é um campo da matemática que estuda decisões estratégicas entre agentes racionais em situações de conflito ou cooperação. Esta teoria foi desenvolvida por John von Neumann e Oskar Morgenstern na década de 1940 e ganhou grande visibilidade com o conceito de Equilíbrio de Nash, proposto por John Nash em 1950. O Equilíbrio de Nash ocorre quando nenhum jogador pode melhorar sua situação ao mudar unilateralmente sua estratégia, uma vez que os demais jogadores mantêm suas estratégias inalteradas. Esta teoria tem sido amplamente aplicada em várias áreas, incluindo os sistemas elétricos de potência.

É válido salientar que a Teoria dos Jogos, apesar de sua contemporaneidade, torna-se bem relevante, despertando grande interesse a estudiosos por suas múltiplas contribuições em economia, matemática pura, ciências sociais, psicologia, sociologia, finanças, biologia e assuntos relacionados à guerra, contribuindo dessa forma a fim de fornecer soluções para problemas sociais, políticos e econômicos.

Os sistemas elétricos de potência são redes complexas que envolvem a geração, transmissão e distribuição de eletricidade e com a crescente penetração de fontes de energia renovável e utilização do mercados de energia, operar esses sistemas de forma eficiente tornou-se um grande desafio. A Teoria de Jogos e o Equilíbrio de Nash oferecem ferramentas valiosas para modelar e resolver problemas de coordenação e otimização nesse contexto.

À luz das referências sobre a utilização de meta-heurísticas para otimização e solução de problemas, pode-se adicionar a utilização de Sistemas Complexos e sua metodologia para a modelagem do SEP e dos problemas advindos da massiva penetração de GD no sistema. Não obstante a utilização da Teoria de Jogos pode ser uma potente ferramenta de avaliação dos resultados encontrados para a fase de realização

de cenários, porque apesar da obtenção de cenários possíveis e da identificação das variáveis e seus enlacs, é necessário compreender que não se trata de um jogo de soma zero.

Todas as variáveis elencadas bem como “jogadores” precisam ter ganhos mútuos e as legislações brasileiras funcionam como o sistema de ganhos e punições para cada estratégia adotada por cada jogador. A saber, além de ser um sistema de múltiplas variáveis, essas variáveis não são estáticas, elas variam no tempo e a cada momento é tomada uma decisão sobre o seu incremento ou decremento, por isso a teoria de jogos é de grande ajuda pois auxilia não somente na previsão da tomada de decisão, mas a criar um cenário onde se possa controlar essa decisão através do incentivo que no caso seria legislativo, para direcionar o sistema a um ponto de equilíbrio que seria o próprio Equilíbrio de Nash.

### III. METODOLOGIA

O primeiro passo seria a identificação dos jogadores e das possíveis estratégias que cada um deles poderia adotar. Por exemplo, no mercado livre de energia, vários geradores competem para vender eletricidade ao mercado. Cada gerador decide quanto produzir e a que preço ofertar sua produção, com o objetivo de maximizar seu lucro. O equilíbrio de Nash ocorre quando cada gerador escolhe uma estratégia (quantidade de produção e preço) que maximiza seu lucro, dadas as estratégias dos outros geradores. Neste ponto, nenhum gerador pode aumentar seu lucro alterando unilateralmente sua estratégia.

Matematicamente, este problema é formulado como um jogo não cooperativo. Cada gerador resolve um problema de maximização de lucro sujeito a restrições de capacidade e mercado. O equilíbrio de Nash é encontrado utilizando técnicas de otimização e algoritmos iterativos.

Supondo um mercado com dois geradores, A e B, cada um com capacidade limitada de produção. A função lucro de cada gerador depende do preço de mercado, do custo de produção e da quantidade gerada. Ambos resolvem um problema de otimização para encontrar a quantidade de produção que maximiza seu lucro. No equilíbrio de Nash, as decisões de produção de A e B são tais que nenhum pode melhorar seu lucro ajustando sua produção de forma unilateral.

Essas estratégias afetam não somente as geradoras, mas também os usuários de energia elétrica da rede que terão que arcar com esses custos. Os usuários podem ser do tipo consumidor podem ser do tipo prosumidores que são aqueles que além de consumidores também são produtores de energia ao utilizar geração distribuída. Nesse contexto os prosumidores acabam interferindo significativamente no sistema elétrico de potência porque alteram a estabilidade e o nível de tensão da rede.

Dessa forma, realizar o controle de frequência e tensão em sistemas elétricos é crucial para manter a estabilidade e qualidade da energia fornecida. Com a utilização de múltiplos controladores, como unidades de geração distribuída, cada controlador deve decidir sua ação de controle (por exemplo, ajuste de geração) para manter a frequência e a tensão dentro

dos limites desejados. O equilíbrio de Nash pode ser aplicado para coordenar essas ações de modo que a estabilidade global seja alcançada sem a necessidade de uma autoridade centralizada.

Neste caso, cada controlador é modelado como um jogador que minimiza um custo associado à variação de frequência e tensão. As estratégias ótimas dos controladores, que constituem um equilíbrio de Nash, garantem que as ações de controle sejam coordenadas de maneira eficiente.

Adicionalmente, considerando um sistema com três unidades de geração distribuída. Cada unidade ajusta sua geração para manter a frequência do sistema. A função custo de cada unidade inclui penalidades por desvio de frequência e custos operacionais. Ao resolver o problema de minimização de custo, cada unidade determina sua ação de controle. No equilíbrio de Nash, as ações de controle são tais que a frequência do sistema é mantida dentro dos limites desejados com o menor custo possível.

Ou seja, os cenários são os mais diversos possíveis. Nesse sentido é importante considerar cada jogador e qual é a sua estratégia dominante.

#### A. Dilema do Sistema Fotovoltaico

A seguir será construído um raciocínio seguindo o método abordado no Dilema do Prisioneiro exemplo clássico, afim de mostrar que a teoria de jogos pode ser utilizada para analisar os diversos cenários de tomadas de decisões no que tange aos sistemas fotovoltaicos e que pode ser possível encontrar um equilíbrio de cooperação mútua como o equilíbrio de Nash, essa hipótese será aqui chamada de Dilema do SFV conforme a Figura 1.

A hipótese abordada irá ser uma relação entre dois jogadores a Concessionária de energia (C) e o Usuário (U) detentor de um SFV em sua residência e serão analisadas quais as situações resultantes das suas escolhas.

- Concessionária (C): Aumentar a capacidade da rede, ou manter a capacidade da rede.
- Usuário (U): Aumentar seu consumo de energia, ou manter o seu consumo habitual.

Hipótese: A concessionária de energia tem uma demanda de carga na rede prevista para ser suprida baseada no padrão de instalação do consumidor (usuário), para isso existe um transformador que atende aquela determinada região de consumidores (barra).

Quando o cliente instala um SFV em sua casa, sua tendência é querer aumentar o seu nível de consumo, já que, ele pelo senso comum acredita que "não irá pagar pela utilização da energia" e pagará mais barato pois terá sua própria produção.

Devido a existência de um sistema de compensação no qual quando o usuário injeta a energia de excedente na rede ele recebe um crédito para utilização de energia, porém, a noite quando o sistema PV não estiver ativo, ele irá consumir da rede algo que a concessionária não estava prevendo pois ele optou por mudar sua curva de carga. Portanto, se ele aumentar o seu consumo a concessionária terá que expandir a sua rede para

atender aquela nova demanda no horário em que o consumidor requer maior potência da rede e o SFV não está funcionando.

Em contraste, quando o SFV está operando se houver maior injeção de energia na rede, como visto anteriormente, haverá elevação de tensão na rede e fluxo reverso no transformador, para evitar esses inconvenientes a concessionária terá que fazer uma expansão na capacidade do sistema, o que por sua vez, envolve gastos e naturalmente ela irá repassar essa despesa em seu faturamento através das contas de energia.

Por outro lado, se o consumidor não aumentar seu consumo, e a concessionária aumentar a capacidade de fornecimento da rede ela irá ter um custo desnecessário pois a rede atual sem expansão teria condições de atender a situação em que o usuário não aumenta o seu consumo. Essa situação é analisada pela tabela vista na Figura 1 de modo similar à do dilema do prisioneiro. Assim, pode-se elencar as seguintes tomadas de decisões possíveis para cada jogador:

Fig. 1. Dilema do SFV

DILEMA DO PRISIONEIRO APLICADO A GDFV		USUÁRIO (U)	
		Aumenta o consumo com o SFV	Mantém o consumo habitual mesmo com o SFV
CONCESSIONÁRIA (C)	Aumenta a capacidade da rede	1	3
	Mantém a capacidade da rede	2	4

Sendo: 1. Não haverá tantos problemas técnicos para a concessionária. Porém, como a concessionária fará um investimento na rede, cobrará na conta de energia custos adicionais por esse aumento (a concessionária vai repassar tais custos aos usuários). Desta maneira, o usuário terá que pagar um valor excedente ao que estava habituado não tendo o ganho que pensava ter ao instalar o SFV.

2. Haverá problemas técnicos na rede e por essa razão a concessionária fará o repasse na tarifa de energia porque a rede não está suportando o nível de tensão aplicado para a sobra de energia quando o SFV está ligado no momento em que não há máximo consumo e quando há máximo consumo num período onde o SFV está desligado, a rede não consegue suprir a demanda sem o auxílio de termo elétricas ou fontes auxiliares.

3. O usuário não pagará a mais do que o previsto em sua conta de energia. Porém, a concessionária irá ter um prejuízo por investir em um aumento na capacidade da rede sem necessidade pois a curva de demanda se manteve estável.

4. O usuário não pagará a mais do que o previsto, e a concessionária não terá gastos adicionais, ela terá que se organizar dentro do repasse previsto para manter as condições técnicas de bom funcionamento da rede como de costume.

Observação: Esta análise é baseada num SFV isolado, ou seja com apenas um usuário, para usuários simultâneos tomando a decisão de aumentar ou não o seu consumo e para a concessionária tendo outras motivações externas para aumentar a capacidade da sua rede, haverá um problema complexo que deverá ser tratado com uma análise mais complexa e

provavelmente o ponto do equilíbrio de Nash muda para esse outro cenário.

Portanto, encontra-se como equilíbrio de Nash para essa hipótese a decisão em que a concessionária mantém a capacidade da sua rede e o usuário mantém o seu perfil de carga. Novamente, o equilíbrio de Nash não traz o melhor cenário possível porque se tratando de decisões individuais, o usuário irá querer aumentar o seu consumo enquanto a concessionária irá querer manter o mesmo nível de hospedagem da sua rede, por isso, nesse caso a solução de cooperação mútua seria a situação de número 4 da tabela na 1

O equilíbrio de Nash acima explicitado e ilustrado com as situações anteriores não se aplica apenas a situações menores, mas, principalmente a problemas mais complexos. Atualmente, existem diversos modelos matemáticos baseados no equilíbrio de Nash que propõem uma relação econômica entre as demandas dos jogadores do SEP (concessionárias, geradores, governo, consumidores que utilizam geração distribuída, consumidores comuns) e uma forma de otimizar os lucros obtidos por eles [5], [6].

### B. Inteligência Artificial e Redes Inteligentes

Gestão de Redes de Distribuição Inteligentes As redes de distribuição inteligentes, ou smart grids, permitem que consumidores e geradores distribuídos (como painéis solares e veículos elétricos) participem ativamente na gestão do consumo e geração de energia. A Teoria de Jogos pode ser usada para modelar a interação entre esses agentes, onde cada um busca otimizar seu próprio benefício (minimização de custo de eletricidade ou maximização de receita de venda de energia).

O equilíbrio de Nash em redes inteligentes pode determinar preços de energia em tempo real, incentivar o consumo eficiente e facilitar a integração de fontes renováveis. Algoritmos de leilão e mecanismos de negociação baseados em teoria de jogos são frequentemente empregados para alcançar equilíbrios eficientes.

Em uma smart grid, vários consumidores ajustam seu consumo de energia em resposta a preços dinâmicos. Cada consumidor decide seu nível de consumo de modo a minimizar seu custo total, que depende do preço da energia e da quantidade consumida. Os preços variam ao longo do dia conforme a demanda e a oferta de energia. No equilíbrio de Nash, cada consumidor escolhe seu nível de consumo de forma que ninguém pode reduzir seu custo total ajustando unilateralmente seu consumo, dado os preços estabelecidos.

Para implementar essas soluções na prática, é necessário o desenvolvimento de algoritmos eficientes que possam calcular o equilíbrio de Nash em tempo real. Além disso, a infraestrutura de comunicação e medição deve ser robusta para permitir a troca de informações entre os agentes de forma rápida e segura.

Nesse sentido, a utilização de Inteligência Artificial para modelagem de problemas complexos e cálculos de função custo otimizadas é uma grande ferramenta de implementação da teoria de jogos em sistemas elétricos de potência.

Uma abordagem comum é o uso de algoritmos de aprendizado distribuído, onde cada agente aprende e ajusta sua estratégia com base nas informações locais e nas interações com os outros agentes. Esses algoritmos podem convergir para um equilíbrio de Nash mesmo em ambientes dinâmicos e incertos.

Considere um mercado de energia onde os preços são atualizados a cada 15 minutos com base na oferta e demanda atual. Algoritmos de aprendizado, como aprendizado por reforço, podem ser usados pelos geradores para ajustar suas estratégias de oferta. Esses algoritmos permitem que os geradores aprendam a melhor estratégia de produção e precificação ao longo do tempo, convergindo para um equilíbrio de Nash que maximiza o lucro de cada um através de técnicas de aprendizado de máquina.

## IV. CONCLUSÃO

A aplicação da Teoria de Jogos e do Equilíbrio de Nash em sistemas elétricos de potência oferece uma abordagem poderosa para resolver problemas complexos de coordenação e otimização. Desde a operação de mercados de energia até o controle de frequência e tensão, e a gestão de redes de distribuição inteligentes, a Teoria de Jogos fornece uma estrutura matemática robusta para entender e melhorar a interação entre múltiplos agentes em um sistema de potência. Com o avanço das tecnologias e a crescente complexidade dos sistemas elétricos se faz necessária a utilização de Inteligência Artificial para tratar a quantidade de dados massiva que é utilizada em um problema complexo como esse, o uso da teoria de jogos e do equilíbrio de Nash em sistemas de potências continuará a ser uma área de pesquisa e aplicação de grande relevância para otimização de redes de energia elétrica.

## AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao Laboratório BATLAB e ao Capítulo Estudantil IEEE-PELS da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) pelo apoio a esta pesquisa.

## REFERENCES

- [1] Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). *Análise do impacto da geração distribuída fotovoltaica na demanda e no perfil de carregamento da rede elétrica do Brasil*. Rio de Janeiro, 2019.
- [2] M. Bollen, F. Hassan. *Integration of distributed generation in the power system*. John Wiley & Sons, 2011.
- [3] J. Derbyshire, K. Giannakopoulos. "The impact of distributed generation on the economics of rural electricity networks". *Renewable and Sustain. Energy Rev.*, vol. 57, pp. 1490-1503, 2016.
- [4] B. C. Freitas, M. A. Ferreira, L. H. Gomes. "Estudo do impacto da penetração fotovoltaica em redes de distribuição de baixa tensão". *Rev. Brasileira Eng. Elétrica*, vol. 23, no. 3, pp. 225-238, 2022.
- [5] S. Lai, H. Yang, X. Zhang and L. Chen, "Nash Equilibrium Analysis of Electric Power Supply Chain with Fuel Supplier," *2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, Wuhan, China, 2009, pp. 1-4.
- [6] D.Xie, M. Liu, L. Xu, W. Lu. "Generalized Nash equilibrium analysis of transmission and distribution coordination in coexistence of centralized and local markets", *Int. J. Electr. Power & Energy Syst.*, vol. 137, pp. 107762, 2022,