

Uma Investigação das Indutâncias de um Protótipo de Transformador para Desenvolvimento de Modelo de Alta Frequência Através do MEF

João Pedro Pranke Perin
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
joaopranke@gmail.com

Ingridi Dos Santos Kremer
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
ingridi.kremer@acad.ufsm.br

Leonardo Hautrive Medeiros
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
leohm.29@gmail.com

Rafael Concatto Beltrame
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
beltrame@gepoc.ufsm.br

Vitor Cristiano Bender
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
vitor.bender@ufsm.br

Tiago Bandeira Marchesan
Instituto de Redes Inteligentes
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria, Brasil
tiago@ufsm.br

Resumo—Transitórios de alta frequência em transformadores de potência podem resultar em danos a isolamento do equipamento, uma vez que os níveis de tensão e frequência do transitório ao longo da bobina podem alcançar níveis além do esperado de projeto. Para isso, modelos de alta frequência são construídos utilizando circuitos RLC, caracterizando o equipamento de acordo com sua construção, de forma a prever o comportamento do transformador frente a esses eventos. Este trabalho realiza a simulação através do MEF de um protótipo, no qual as bobinas são divididas em seções, de forma a obter a distribuição das indutâncias mútuas de cada uma das seções para as outras. Os resultados mostram um decaimento exponencial no sentido axial, e uma forte interação mesmo entre seções de diferentes bobinas.

Palavras Chave—transformador de potência, *very fast transients*, modelo caixa branca

I. INTRODUÇÃO

O transformador de potência, equipamento fundamental para o sistema elétrico de potência, opera em baixa frequência, quando em condições normais. Entretanto, eventos tais como abertura de disjuntores e descargas atmosféricas, podem resultar em uma variação rápida na tensão e corrente vistas pelo transformador, chamados na literatura de transitório de alta frequência. De acordo com [1], o transformador de potência é uma das partes do sistema elétrico que mais sofre com tais transitórios.

O transformador, quando submetido a tais eventos de frente rápida, comporta-se como uma rede RLC, no qual os níveis de tensão e corrente, bem como suas frequências, dependem do projeto de cada equipamento. Conhecer o comportamento esperado do transformador é de grande interesse dos projetistas, uma vez que tais picos de tensão podem resultar em falhas na isolamento entre camadas das bobinas [2]. Para isso, modelos eletromagnéticos de alta frequência são desenvolvidos na literatura.

De acordo com [3], existem três principais formas de modelagem em alta frequência de transformadores, denominados de modelos caixa-branca [4], [5], [6], [7], modelos caixa-preta

[8], [9], [10], [11], e modelos caixa cinza (ou híbridos) [4], [12], [13], [14], [15].

Os modelos caixa-branca, também conhecidos como modelos físicos, são constituídos por uma série de parâmetros derivados das características construtivas do transformador, considerando a geometria e disposição de bobinas, isolamento, núcleo e suas interações [3]. O trabalho de [16] apresenta um modelo caixa-branca de alta frequência, no qual é possível definir o nível de discretização das bobinas desejadas, aliado com a validação em um protótipo em laboratório.

De acordo com [17], a forma de representar o transformador pode ser visto na Fig. 1, onde cada conjunto de espira é representado por um bloco de capacitâncias série (C_1) e entre bobinas (C_0), indutância mútua (L_{ab}) e próprias (L_{aa}), assim como sua resistência. Conforme [18], a precisão de um modelo depende muito da correta determinação destes parâmetros.

O objetivo deste trabalho é confrontar o cálculo analítico dos elementos do modelo com simulações empregando o Método de Elementos Finitos (MEF). Desse modo, objetiva-se contribuir com o aumento da precisão dos modelos de alta frequência de transformadores elétricos de potência.

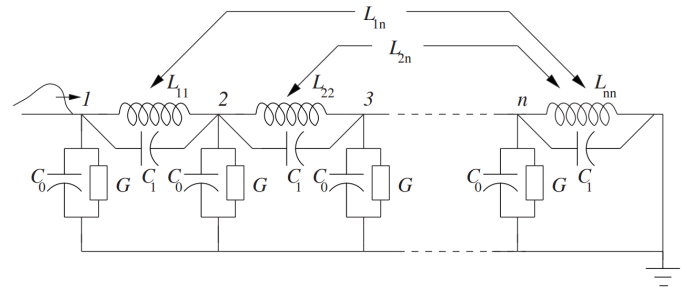


Fig. 1: Circuito equivalente do transformador para alta frequência [17].

II. CÁLCULO DAS INDUTÂNCIAS

No modelo de [16], o método utilizado para cálculo da indutância própria L das bobinas é descrito em [19], de acordo com (1).

$$L = \frac{K \cdot (\pi D_m N)^2}{H} \cdot 10^{-9} \quad (1)$$

Para a resolução da equação, faz-se necessário obter o fator de acoplamento K , através de (2).

$$K = \frac{1}{1 + 0,45\left(\frac{D_m}{H}\right) + 0,64\left(\frac{R_d}{D_m}\right) + 0,84\left(\frac{R_d}{H}\right)} \quad (2)$$

Onde D_m é o diâmetro médio do enrolamento em cm , R_d a largura radial do enrolamento em cm , N o número de espiras do enrolamento, e H a altura axial do enrolamento em cm .

As indutâncias mútuas entre espiras fora calculado de acordo com o indicado em [17], já utilizado anteriormente em [20], [21] e [22], através de (3) e (4). A equação é válida para dois loops coaxiais A e B.

$$L_{AB} = \frac{2\mu_0}{k} N_A N_B \sqrt{R_A R_B} \left\{ \left[1 - \frac{k^2}{2} \right] K(k) - E(k) \right\} \quad (3)$$

Na qual k pode ser obtido em (4).

$$k = \sqrt{\frac{4R_A R_B}{(R_A + R_B)^2 + s^2}} \quad (4)$$

Onde, R_A e R_B são os raios em metros, com uma separação S em metros, N_A e N_B são o número de espiras das bobinas, e $K(k)$ e $E(k)$ são integrais elípticas completas de primeiro e segundo tipo.

III. MODELO EM ANÁLISE

A. Transformador protótipo

Para a validação do modelo matemático proposto por [16], fora desenvolvido um protótipo monofásico equivalente a um transformador instalado em campo (trifásico 30 MVA, 69 kV). A configuração de bobinas utilizada constitui de: A de Baixa Tensão (BT) do tipo camadas, Alta Tensão (AT) tipo disco, meio entrelaçada, meio contínua, e Regulação (REG) contínua. As principais características podem ser vistas na Tabela I, e a disposição das bobinas pode ser vista na Fig. 2 (não está em escala).

É importante destacar que mesmo a bobina de AT tendo duas formas construtivas para cada metade, a bobina é uma só, sendo conectadas em série. A bobina de BT é dividida em duas camadas, denominadas L1 e L2. Ressalta-se que a bobina REG não está posicionada no centro axial das outras bobinas, por questões de projeto.

Uma foto do protótipo real pode ser vista na Fig. 3, onde é possível observar as bobinas de AT. Os cabos coloridos são utilizados para medições ao longo de cada disco no protótipo. Vale destacar que o núcleo não é feito de aço, uma vez que em alta frequência, ocorre a saturação do material e o mesmo se comporta como um núcleo de ar. Existe, entretanto, uma "casca" metálica no núcleo, de forma a simular a capacitância para as bobinas.

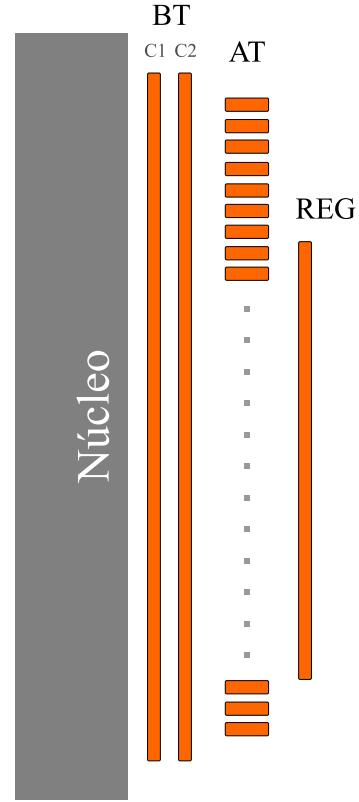


Fig. 2: Disposição das bobinas no protótipo.

B. Modelo MEF

Como citado anteriormente, o modelo de [16], permite definir a discretização em diferentes níveis das bobinas. Para fins de comparação com os métodos utilizados pelo modelo, as bobinas foram divididas em 100 seções, cada uma contendo a mesma quantia de espiras. Uma vez que a AT como toda apresenta 100 discos, torna a análise mais fácil a fins de simulação. Dado essa igualdade, os discos da AT serão tratados como seções. A bobina de BT, dividida em duas camadas, apresenta a divisão em 100 seções para cada camada. A seção 1 é a posicionada na parte mais superior do modelo, sendo a seção de número 100, a mais inferior, para todas as bobinas. O modelo 3D do transformador pode ser visto na Fig. 4.

Mostrou-se necessário utilizar o modelo 3D pela presença da condição de contorno *Insulation*, de forma a permitir a divisão da bobina em seções, sem ser necessário aplicar um espaçamento entre eles. Tal condição de contorno não está disponível na simulação 2D.

A simulação é do tipo Magnetostática, e nenhuma excitação é aplicada nas bobinas. O cálculo da indutância de fato pelo software, é realizada através da aplicação automática de uma corrente de 1 ampere nos terminais configurados.

Vale destacar que, apesar de o núcleo estar desenhado, este se apresenta apenas por questões estéticas. O material definido foi de ar, simulando um núcleo já saturado em altas frequências.

TABELA I: Características elétricas e construtivas do transformador

Variável	AT entrelaçada	AT Contínua	BT	REG	Unidade
Nº Espiras	700	700	260	144	—
Nº Discos	50	50	—	—	—
Nº Camadas	—	—	2	1	—
Altura	0.67	0.67	1.322	0.689	<i>m</i>
Diâmetro interno	0.548	0.586	0.436	0.686	<i>m</i>
Diâmetro externo	0.548	0.586	0.478	0.70	<i>m</i>
Seção do condutor	10.79	10.79	23.75	12	<i>mm</i> ²

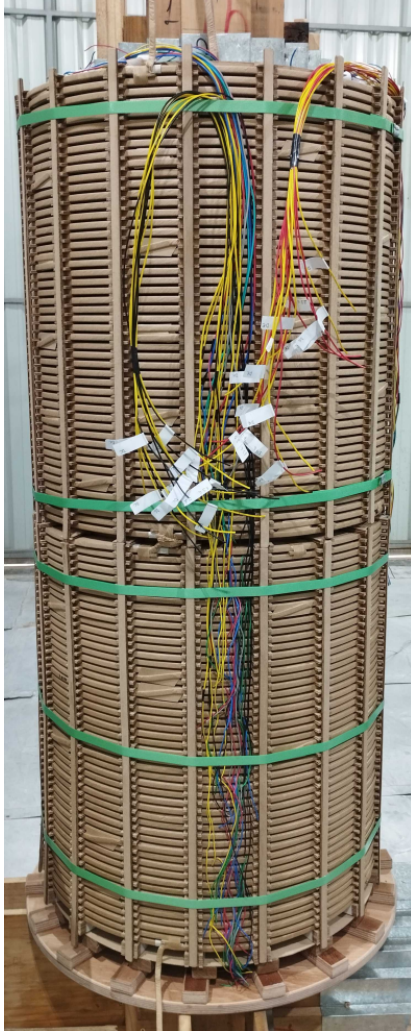


Fig. 3: Foto do protótipo analisado.

IV. VALIDAÇÃO

Para validação do modelo, fora realizada a verificação das indutâncias próprias das bobinas como um todo. Os valores obtidos analiticamente, de acordo com (1), assim como os resultados de simulação, constam na Tabela II.

De forma a validar os valores obtidos em simulação, fora realizado também a comparação entre os valores de indutância mútua entre dois discos. O valor obtido analiticamente, de acordo com (3), e simulado entre dois discos da AT, pode ser

TABELA II: Validação das indutâncias próprias das bobinas

Bobina	Análítico [mH]	MEF [mH]	Diferença
AT	369.1	373.23	1.11%
BT	8.40	8.56	1.87%
REG	9.60	9.24	3.90%

visto na Tabela III.

TABELA III: Validação das indutâncias mútuas - AT

Discos	Análítico [uH]	MEF [uH]	Diferença
1 e 2	242.52	276.4	12.27%

Como é possível observar, os valores obtidos em simulação se mantiveram com erros aceitáveis em comparação com o método analítico. O erro mais elevado das indutâncias mútuas pode ser explicado pela existência de diversas geometrias adicionais no modelo MEF, que não são consideradas no método de cálculo utilizado. Uma vez concluído tal análise, pode-se seguir para a análise dos resultados.

V. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise, foram selecionados 2 seções de cada bobina, totalizando 6 análises. os valores distribuição da indutância mútua da seção para todas as outras do transformador é disposta na forma de gráfico. A escolha fora conduzida de forma arbitrária, a fim de analisar o comportamento ao longo de diferentes locais das bobinas. As seções analisadas são:

- AT - Seção 1
- AT - Seção 50
- BT C1 - Seção 1
- BT C2 - Seção 80
- REG - Seção 50
- REG - Seção 100

A distribuição de indutâncias pode ser vista nos gráficos 5 a 10.

Como é possível observar nos gráficos 5 e 6, referentes a AT, o maior valor da indutância das seções será a indutância própria. Há um decaimento exponencial no sentido axial das indutâncias mútuas das seções da própria bobina. A indutância mútua para seções das outras bobinas apresenta um valor muito pequeno em comparação com as seções da própria bobina.

Como é possível observar nos gráficos 7 e 8, referente à BT, há um comportamento diferente das indutâncias mútuas. O formato exponencial de queda no sentido axial ainda é

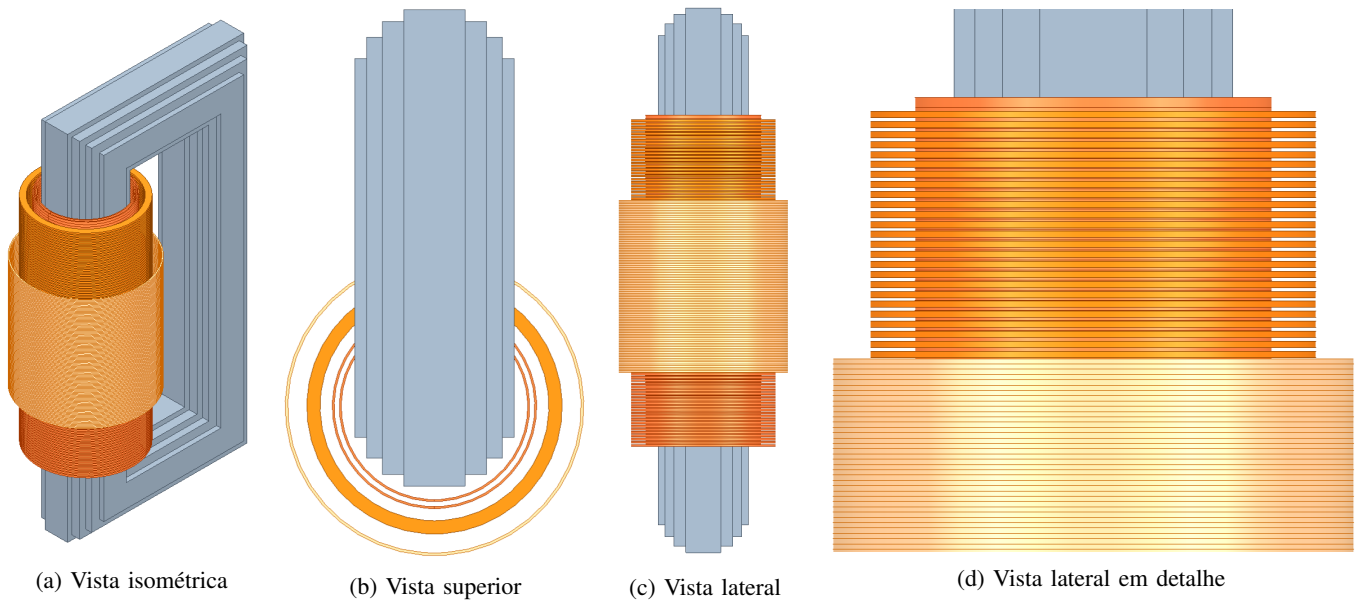


Fig. 4: Modelo 3D do transformador.

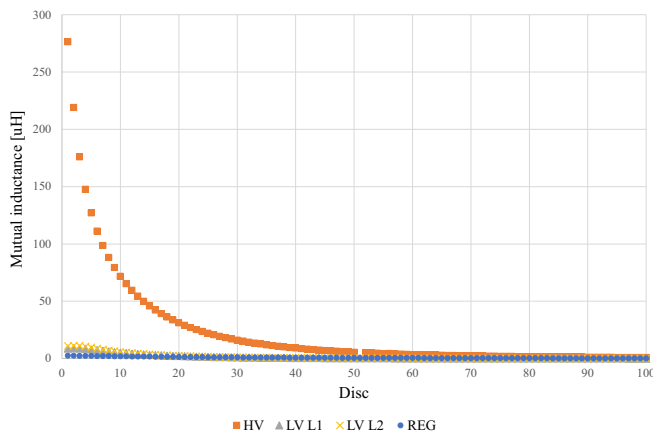


Fig. 5: AT - Seção 1 - Distribuição das indutâncias mútuas

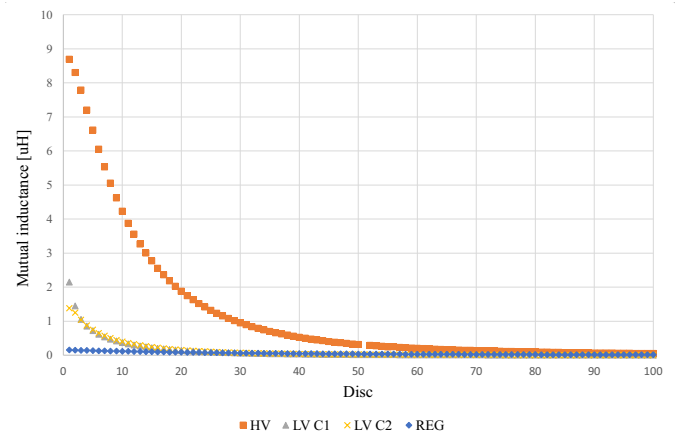


Fig. 7: BT C1 - Seção 1 - Distribuição das indutâncias mútuas

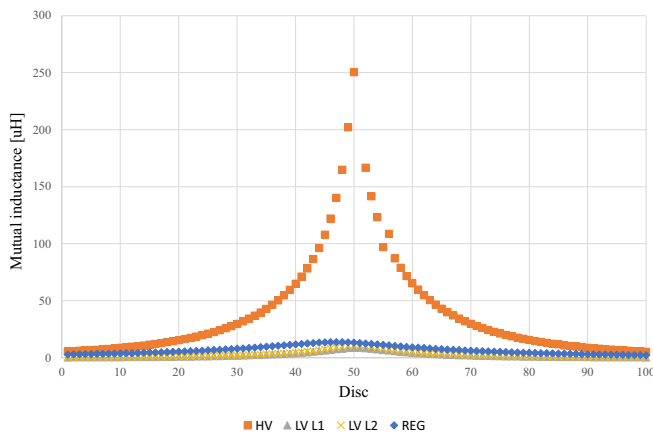


Fig. 6: AT - Seção 50 - Distribuição das indutâncias mútuas

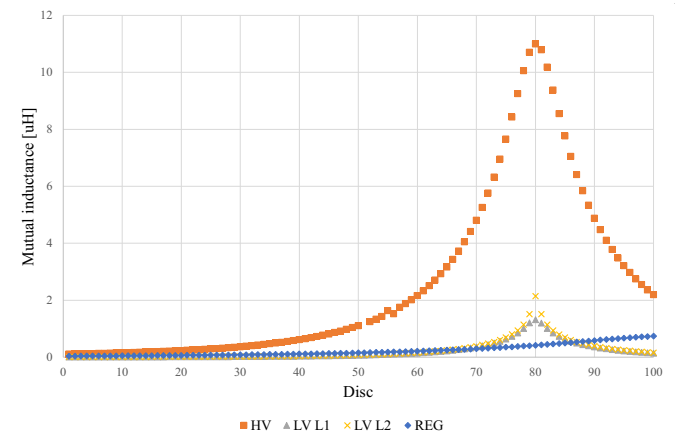


Fig. 8: BT C2 - Seção 80 - Distribuição das indutâncias mútuas

presente, entretanto, a indutância mútua é maior para a bobina de AT do que para as seções da própria bobina. A indutância mútua para as seções da bobina de REG apresenta um valor muito baixo, dada a distância física entre elas.

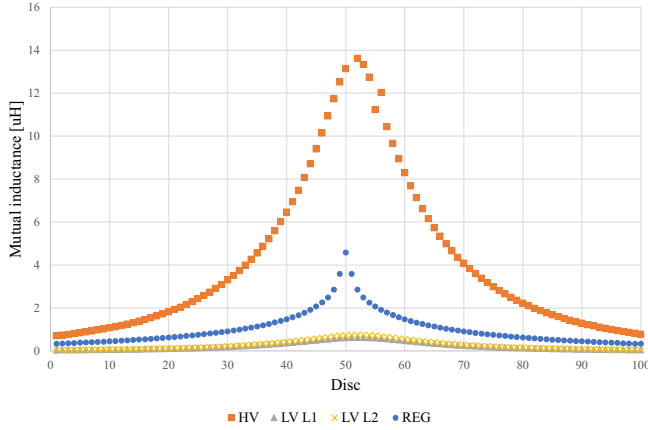


Fig. 9: REG - Seção 50 - Distribuição das indutâncias mútuas

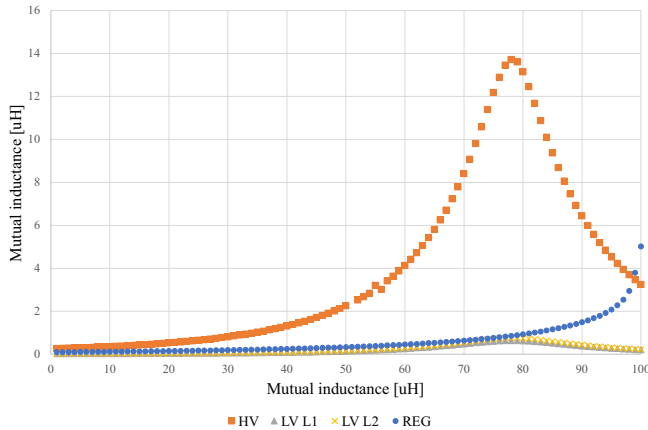


Fig. 10: REG - Seção 100 - Distribuição das indutâncias mútuas

Como é possível observar nos gráficos 9 e 10, referente à REG, o comportamento observado nas seções da bobina de BT ainda está presente, com a indutância mútua das seções se mostrando maior para a bobina de AT do que para as seções da própria bobina. É importante destacar que o deslocamento da curva de distribuição de indutâncias mútuas da REG para as outras bobinas se dá pelo deslocamento físico que existe entre o centro construtivo das mesmas.

Três principais pontos podem ser levantados a partir destes resultados: O formato da distribuição, os valores obtidos, e detalhes sobre o posicionamento das bobinas.

Sobre o formato da distribuição, podemos observar um decaimento exponencial do valor das indutâncias mútuas, conforme se distancia axialmente da seção em análise. Logo, as seções que mais exercem influência dentro da mesma bobina são as seções adjacentes a em análise.

Entretanto, nas bobinas de BT e REG, os valores de indutância mútuas são maiores não para as seções adjacentes na própria bobina, mas sim para os discos da bobina de AT mais próximos. Surge então, a discussão sobre os valores obtidos. Tal comportamento é resultado do maior número de espiras por disco da bobina de AT quando comparado com as seções da BT e REG. Logo, mesmo estando fisicamente mais distante, o maior número de condutores resulta em um acoplamento magnético mais forte, e consequentemente, uma maior indutância mútua.

O terceiro ponto a ser analisado é complementar a essa análise. Como exemplo da Fig. 10, ao analisar a seção de número 100 da REG, a maior indutância mútua se dá com a seção de número 80 da AT. Como é possível ver na Fig. 4c, a bobina de REG é menor que as outras bobinas, e está deslocada axialmente do centro construtivo, resultando no comportamento descrito.

VI. CONCLUSÃO

Através da simulação utilizando o MEF, fora possível obter a distribuição das indutâncias mútuas ao longo e seções das bobinas do protótipo analisado. Três pontos importantes de análise foram levantados, para serem analisados junto a um modelo completo de alta frequência de transformador

A queda do valor da indutância mútua entre seções no sentido axial da bobina ressalta a necessidade de não ser considerado todas as componentes ao longo da bobina, como já citado em [17]. Entretanto, em nenhum momento, [17] demonstra a necessidade de considerar a indutância mútua entre diferentes bobinas. Torna-se necessário aplicar essa consideração em um modelo para verificar o impacto dessa interação.

Além disso, especialmente nas Fig. 9 e 10, é possível observar que a distribuição das mútuas entre bobinas depende do posicionamento axial entre elas. Logo, é necessário ter um cuidado quanto ao posicionamento de cada seção para a aplicação em um modelo de alta frequência para transitórios.

Espera-se que estas análises contribuam para o desenvolvimento de modelos do tipo caixa-branca de alta frequência de transformadores de potência mais detalhados e confiáveis, ao abordar e analisar a distribuição de indutâncias mútuas ao longo de seções das bobinas de um protótipo.

A. Trabalhos futuros

Propõe-se como trabalhos futuros:

- Analisar o impacto das indutâncias mútuas entre bobinas em modelos caixa branca
- Analisar o número de indutâncias mútuas a serem consideradas por seção de bobinas
- Realizar a mesma análise para as capacitâncias do transformador

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001 e processo

no. 23038.000776/2017-54. Os autores também gostariam de agradecer o apoio técnico e financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (405054/2022-0), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) (17/2551-0000517-1), Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da UFSM, Instituto de Redes Inteligentes (INRI) da UFSM, Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Geração Distribuída (INCT-GD).

REFERÊNCIAS

- [1] Y. Al-Kraimeen, "Parameter Determination and Modeling of Transformer Windings for Fast Transients Including Frequency Dependent Effects", Phd thesis, WMU, Kalamazoo, MI, 2019
- [2] A. A. Devadiga, "Analysis of Transformer Insulation under High-frequency Transients," *uwspace.uwaterloo.ca*, Sep. 26, 2022. <http://hdl.handle.net/10012/18789>.
- [3] A. Heidary, M. G. Niasar, M. Popov and A. Lekić, "Transformer Resonance: Reasons, Modeling Approaches, Solutions," in *IEEE Access*, vol. 11, pp. 58692-58704, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3284552.
- [4] E. Rahimpour and M. Bigdeli, "Simplified transient model of transformer based on geometrical dimensions used in power network analysis and fault detection studies," in *Proc. Int. Conf. Power Eng., Energy Electr. Drives*, Mar. 2009, pp. 375-380.
- [5] P. Gomez, F. de Leon, and F. P. Espino-Cortes, "Improvement of a method to compute the inductance matrix of multilayer transformer windings for very fast transients," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 28, no. 2, pp. 1245-1246, Apr. 2013.
- [6] M. G. Niasar and W. Zhao, "Impulse voltage distribution on disk winding: Calculation of disk series capacitance using analytical method," in *Proc. IEEE Int. Conf. High Voltage Eng. Appl. (ICHVE)*, Sep. 2020, pp. 1-4.
- [7] M. García-Gracia, M. Villén, M. A. Cova, and N. El Halabi, "Detailed three-phase circuit model for power transformers over wide frequency range based on design parameters," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 92, pp. 115-122, Nov. 2012.
- [8] P. T. M. Vaessen, "Transformer model for high frequencies," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 3, no. 4, pp. 1761-1768, Oct. 1988.
- [9] T. A. Papadopoulos, A. I. Chrysoschos, A. I. Noutsilis, and G. K. Papagiannis, "Simplified measurement-based black-box modeling of distribution transformers using transfer functions," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 121, pp. 77-88, Apr. 2015.
- [10] M. F. Horvat, Z. Jurković, B. Jurišić, T. Župan, and B. Čučić, "Black-box power transformer winding model," in *Proc. 7th Int. Adv. Res. Workshop Transformers (ARWtr)*, Oct. 2022, pp. 18-23.
- [11] A. Morched, L. Marti, and J. Ottevangers, "A high frequency transformer model for the EMTP," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 8, no. 3, pp. 1615-1626, Jul. 1993.
- [12] E. Rahimpour, V. Rashtchi, and R. Aghmasheh, "Parameters estimation of transformers gray box model," in *Proc. Int. Conf. Modern Electr. Energy Syst. (MEES)*, Nov. 2017, pp. 372-375.
- [13] E. Rahimpour, J. Christian, K. Feser, and H. Mohseni, "Transfer function method to diagnose axial displacement and radial deformation of transformer windings," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 2, pp. 493-505, Apr. 2003.
- [14] R. Aghmasheh, V. Rashtchi, and E. Rahimpour, "Gray box modeling of power transformer windings for transient studies," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 32, no. 5, pp. 2350-2359, Oct. 2017.
- [15] S. D. Mitchell and J. S. Welsh, "Initial parameter estimates and constraints to support gray box modeling of power transformers," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 28, no. 4, pp. 2411-2418, Oct. 2013.
- [16] C. Pappis, "Análise e validação experimental de um modelo de transformador de potência para estudos de transitórios eletromagnéticos de alta frequência," *repositorio.ufsm.br*, Apr. 2024. Available: <http://repositorio.ufsm.br/handle/1/31987>
- [17] S. V. Kulkarni and S. A. Khaparde, *Transformer Engineering: Design and Practice*, CRC Press, New York, 2004.
- [18] B. Gustavsen, "Wideband Transformer Modeling Including Core Non-linear Effects," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 31, no. 1, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), pp. 219-227, Feb. 2016. doi: 10.1109/tpwr.2015.2440446.
- [19] A. E. Knowlton, *Standard Handbook for Electrical engineers*. New York: McGraw-Hill Book Co, 1976.
- [20] R. M. Del Vecchio, B. Poulin and R. Ahuja, "Calculation and measurement of winding disk capacitances with wound-in-shields," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, no. 2, pp. 503-509, April 1998, doi: 10.1109/61.660921.
- [21] Wilcox, David & Hurley, W.G. & Conlon, M.. (1989). Calculation of self and mutual impedances between sections of transformer windings. Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings C. 136. 308 - 314. 10.1049/ip-c.1989.0041.
- [22] A. Miki, T. Hosoya and K. Okuyama, "A Calculation Method for Impulse Voltage Distribution and Transferred Voltage in Transformer Windings," in *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-97, no. 3, pp. 930-939, May 1978, doi: 10.1109/TPAS.1978.354566.